

L'enseignement des mathématiques appliquées dans le cycle ingénieur d'ENSTA Paris

Dossier de présentation pour le Conseil de la Formation
9 juin 2022

Benjamin BONREPAUX, Laurent BOURGEOIS, Sourour
ELLOUMI, Sonia FLISS, Laure GIOVANGIGLI, Frédéric JEAN,
Francesco RUSSO

Table des matières

1	Généralités	1
2	Les mathématiques appliquées en 1ère année	2
3	La majeure Mathématiques Appliquées et ses mineures	4
4	Les parcours de spécialisation de 3ème année	7
4.1	Parcours Finance Quantitative (FQ)	8
4.2	Parcours Mathématiques pour la Santé et l'Environnement (MSE)	11
4.3	Parcours Modélisation et Simulation (ModSim)	13
4.4	Parcours Sciences de l'Optimisation et des Données (SOD)	15
A	Cours de mathématiques dans les autres cursus	18

1 Généralités

Ce document présente les enseignements de mathématiques appliquées à l'ENSTA. Ces enseignements ont deux objectifs, d'une part donner la formation générale et les outils mathématiques utiles à tout ingénieur, d'autre part former des spécialistes en ingénierie mathématique et mathématiques appliquées. Le premier objectif est rempli par le bloc mathématique de 1ère année, le second est réparti sur l'ensemble de la scolarité avec en 2ème année une majeure dédiée et ses deux mineures et en 3ème année 4 parcours de spécialisation. Il faut noter qu'il peut exister aussi des cours complétant la formation générale en mathématiques dans des spécialisations de 2ème ou 3ème année autres que les mathématiques appliquées, ils sont détaillés dans l'annexe A de ce document.

Les enseignements sont regroupés par année de la façon suivante, avec le volume horaire correspondant par élève :

En 1ère année : ~170h par élève (220h si choix de l'enseignement thématique),

- Bloc de tronc commun Mathématiques Appliquées ;
- Enseignement thématique Mesure et Géométrie.

En 2ème année : ~340h par élève (la majeure et une mineure),

- Majeure Mathématiques Appliquées ;
- Mineure Ingénierie Mathématique ;
- Mineure Modèles Mécaniques et Physiques.

En 3ème année : de 250h à 350h par élève (un parcours),

- Parcours Finance Quantitative (FQ) ;
- Parcours Mathématiques pour la Santé et l'Environnement (MSE) ;
- Parcours Modélisation et Simulation (ModSim) ;
- Parcours Sciences de l'Optimisation et des Données (SOD).

Donnons enfin les effectifs de chaque ensemble de cours sur les 3 dernières années :

Année	Parcours	2019/20	2020/21	2021/22
1A	Tronc commun	220	221	224
	Ens Thém	17	21	21
2A	Majeure MA	85	87	85
	Mineure IM	72	69	71
	Mineure Mod	11	14	8
3A	Total	65	74	59
	Parcours FQ	10	18	21
	Parcours MSE	–	–	3
	Parcours ModSim	16	12	9
	Parcours SOD	39	44	26

Les effectifs sont très stables en 1ère et 2ème année, on constate en revanche une nette diminution sur la 3ème année en 2021/2022 que nous attribuons très majoritairement à une forte augmentation du nombre d'élèves faisant une année de césure entre leurs 2ème et 3ème années.

Nous décrivons maintenant les objectifs et la structure des enseignements par année, on trouvera en complément le détail du contenu cours par cours sur le site de l'UMA :

<https://uma.ensta-paris.fr/teaching/index.html>

2 Les mathématiques appliquées en 1ère année

La première année de l'école est constituée, pour les enseignements scientifiques, d'un tronc commun d'environ 450h, dont un bloc de mathématiques d'environ 170h, plus au second semestre un enseignement thématique de 54h au choix, dont l'un de mathématiques fondamentales.

Objectifs. Le bloc de mathématiques a deux objectifs. Le premier est de donner la formation mathématique générale nécessaire à tout ingénieur ENSTA. Il s'agit de fournir un socle mathématique solide aux élèves, avec les bases de la modélisation et les principales théories et méthodes de résolution. Et aussi de continuer à développer leurs capacités de raisonnement et de les ouvrir sur les mathématiques appliquées en tant qu'outil. Le deuxième objectif est de délivrer toutes les connaissances qui permettront aux étudiants qui le souhaitent de suivre ultérieurement des parcours d'ingénierie mathématique, soit l'équivalent d'un master de mathématiques appliquées, avec l'enjeu de leur faire découvrir ces domaines riches en débouchés et les inciter à s'y engager. Ainsi, à la fin de la première année, tous les étudiants ont des notions d'analyse des EDPs et de leur discrétisation, de probabilités et de statistiques, mais aussi de systèmes dynamiques, d'analyse complexe et d'optimisation, soit des compétences et un niveau équivalents à ceux d'une licence de mathématiques appliquées.

Pour l'enseignement thématique, un enseignement de découverte, l'objectif est surtout de satisfaire la curiosité des étudiants que les mathématiques intéressent. On leur propose ainsi des mathématiques plutôt fondamentales (théorie de la mesure et géométrie différentielle), qui seront utiles sans être indispensables dans un cursus en mathématiques appliquées.

Pédagogie. Vu le 2ème objectif mentionné ci-dessus et l'excellence scientifique revendiquée par l'école, les cours du bloc mathématiques sont d'un niveau soutenu, avec un contenu assez conceptuel et un enseignement rigoureux (des théorèmes, des preuves, ...). Cela peut poser des difficultés aux élèves n'ayant pas les prérequis nécessaires (notamment certains admis sur titre).

Aussi une pédagogie différenciée a été mise en place : les élèves non issus des CPGE standards (MP, PSI, PC) passent un test de niveau en début d'année et les plus fragiles sont rassemblés dans un groupe spécifique pour l'ensemble des cours du bloc mathématiques. Ce groupe suivra la plupart du bloc dans un format "cours+TD intégré", au contenu allégé mais avec des examens identiques ou similaires aux autres, avec en plus un tutorat personnalisé. Un professeur agrégé (PRAG) a été recruté à l'UMA en 2019 pour assurer le suivi de ces élèves.

Les autres groupes de TD du bloc sont constitués sur la base de la filière de recrutement pour favoriser l'homogénéité par groupe. Du tutorat est également possible en cours d'année selon le besoin.

Composition. Le bloc de mathématiques de tronc commun est constitué de 7 cours, dont un cours double (MA102). En voici la description, par ordre d'apparition dans l'année :

- AO102 – Systèmes Dynamiques : Analyse et Stabilité, 21h [sept - oct]
- MA102 – Outils élémentaires d'analyse pour les EDP, 42h [sept - janv]
- MA104 – Fonctions de la variable complexe, 21h [nov - janv]
- AO101 – Optimisation Quadratique, 21h [fév - mars]
- PRB101 – Introduction aux probabilités, 21h [fév - mars]
- STA101 – Introduction aux statistiques, 21h [mars - mai]
- MA103 – Introduction à la discrétisation des EDP, 21h [mars - mai]

On retrouve ainsi des mathématiques générales au début d'année, dans la continuité des classes prépa, et de plus en plus de mathématiques appliquées ensuite, pour réaliser la transition vers la 2ème année. Le tout forme un ensemble progressif et cohérent, avec de nombreuses connexions entre les cours, à la fois dans le bloc et avec les autres blocs de 1ère année.

À ce bloc il faut ajouter le cours MO102 – Introduction à Matlab qui, bien qu'appartenant au bloc STIC, fait aussi pleinement partie de la formation en mathématiques de la 1ère année. Il est d'ailleurs géré par l'UMA.

L'enseignement thématique Mesure et Géométrie est composé des cours suivants :

- AOT11 – Mesures : intégration, probabilités et géométrie
- AOT13 – Géométrie différentielle et application au Contrôle géométrique

3 La majeure Mathématiques Appliquées et ses mineures

Objectifs. Le cursus de 2^{ème} année en mathématiques permet aux élèves d'acquérir des outils mathématiques et des méthodes numériques pour la modélisation, la simulation et la décision. Son objectif premier est de débiter un cursus spécialisé en ingénierie mathématique qui se poursuivra en 3^{ème} année par un des parcours de mathématiques appliquées, avec un profil RI. Mais il constitue aussi une formation généraliste pour des métiers moins techniques (audit, conseil) ou des profils pluri-disciplinaires. Les compétences techniques attendues sont les capacités à modéliser, analyser, optimiser, discrétiser, simuler.

Le cursus est constitué de la majeure "Mathématiques Appliquées" complétée par l'une de ses deux mineures. La majeure contient les cours fondamentaux des mathématiques appliquées, elle est constituée de 10 cours, sans choix possible. Chacune des mineures contient 6 ou 7 cours, à choisir parmi un large éventail. Ces deux mineures sont :

- la mineure "Ingénierie Mathématique" : c'est la mineure "standard", celle qui apporte la formation la plus complète en mathématiques appliquées. Elle permet une orientation vers un des quatre grands domaines des mathématiques appliquées : Modélisation/Simulation, Optimisation/RO/Commande, Probabilités/Finance, Statistiques/Sciences des Données. Elle ouvre sur l'ensemble des parcours de 3^{ème} année en mathématiques appliquées.
- la mineure "Modèles Mécaniques et Physiques" : mineure pluri-disciplinaire, elle offre des ouvertures vers la mécanique des fluides et vers la physique et s'adresse aux élèves souhaitant avoir une double compétence. Elle est pertinente pour les étudiants se destinant en 3^{ème} année à :
 - des parcours non mathématiques : Ingénierie Physique, Production et gestion de l'énergie, Energie électronucléaire,...
 - un parcours ModSim avec un profil plus orienté mécanique/physique ;
 - un cursus international, les mathématiques appliquées se trouvant souvent dans des masters plutôt définis par leur domaine d'application, donc pluri-disciplinaires.

Pédagogie. D'un point de vue pédagogique, la caractéristique principale de ce programme est son large spectre puisqu'il allie déterministe et aléatoire, discret et continu, dimension finie et dimension infinie, théorie et applications. Une deuxième caractéristique, plus classique en mathématiques appliquées, est la part importante du numérique, que ce soit sur la conception de méthodes ou sur leur implémentation, avec de nombreux projets durant l'année. Enfin des applications de natures diverses sont étudiées, mais l'accent est mis systématiquement sur les modèles et les structures mathématiques sous-jacentes ainsi que sur les méthodes numériques de résolution. Le

programme est exigeant mais peut être suivi et validé par tout élève issu de la 1ère année.

M1 Mathématiques Appliquées. Le choix de la mineure Ingénierie Mathématique, en plus de la majeure Mathématiques Appliquées, permet de valider le parcours de M1 Mathématiques Appliquées d'IP Paris, opéré conjointement avec l'université Paris Saclay puisque cette combinaison majeure/mineure forme l'ensemble des cours du M1. Les élèves de l'ENSTA faisant ce choix sont donc incités à s'inscrire au M1 en début d'année.

Notons que grâce à cette organisation les cours de majeure/mineure sont suivis aussi par des étudiants de M1 inscrits à l'université Paris Saclay (une quinzaine environ) et une partie des enseignants vient de l'Institut de Mathématiques d'Orsay.

Programme

Majeure Mathématiques Appliquées. Elle est composée de 10 cours de 21h chacun, ci-dessous par ordre d'apparition, les 8 premiers cours étant au 1er semestre, les 2 derniers en début de second semestre :

- ANN201 – La méthode des éléments finis
- STA201 – Modélisation statistique
- PRB201 – Chaînes de Markov
- OPT201 – Optimisation différentiable 1 (théorie)
- RO201 – Initiation à la Recherche Opérationnelle
- SIM201 – Programmation scientifique en C++
- ANA201 – Analyse fonctionnelle
- PRB202 – Martingales à temps discret
- AUT201 – Commande des systèmes
- SIM202 – Projet de simulation numérique

Mineure Ingénierie Mathématique. La mineure est constituée de 2 cours de 21h à choisir parmi :

- ANN202 – Analyse et approximation par éléments finis d'EDP
- STA202 – Séries chronologiques
- OPT202 – Optimisation différentiable 2 (algorithmes)
- IN207 – Introduction aux bases de données
- PRB203 – Introduction au calcul stochastique

et de 2 cours de 42h à choisir parmi :

- ANA202 – Théorie spectrale des opérateurs autoadjoints
- SIM203/ANN203 – Initiation au calcul haute performance / Méthodes numériques matricielles avancées : analyse et expérimentation
- STA210 – Méthodes numériques statistiques
- STA203 – Apprentissage statistique
- PRB220 – Méthodes numériques probabilistes
- PRB210 – Modèles mathématiques de la finance
- RO203 – Graphes, jeux, recherche opérationnelle

Mineure Modèles Mécaniques et Physiques. La mineure est constituée de 2 cours de 21h à choisir parmi :

- ANN202 – Analyse et approximation par éléments finis d'EDP
- MS205 – Stabilité des structures
- OPT202 – Optimisation différentiable 2 (algorithmes)
- MF206 – Modèles numériques en mécanique des fluides
- MF207 – Acoustique en milieu fluide
- MS211 – Cycle de vie d'un matériau
- MS207 – Mécanique de la rupture
- PRB203 – Introduction au calcul stochastique
- PA201 – Physique statistique avancée

avec en plus, soit 2 cours de 42h parmi :

- ANA202 – Théorie spectrale des opérateurs autoadjoints
- SIM203/ANN203 – Calcul scientifique à haute performance/ Méthodes numériques matricielles avancées : analyse et expérimentation
- MF209 – Systèmes dynamiques : stabilité, bifurcation et chaos

soit un cours de 42h dans la liste précédente et deux cours de 21h parmi :

- MF210 – Méthode de Lattice-Boltzmann
- MF208 – Acoustique
- PA202 – Physique des plasmas

4 Les parcours de spécialisation de 3ème année

En mathématiques appliquées, les parcours de spécialisation de 3ème année sont étroitement associés à des M2 IP Paris, souvent eux-mêmes cohabilités avec d'autres établissements (Université Paris Saclay surtout mais aussi CNAM, Ecole des Ponts, Université Paris 1, ...). En pratique, cela signifie que la plupart des élèves suivent durant leur 3ème année un double cursus ENSTA / M2, donc avec un profil *Recherche et Innovation* (RI). Il y a quatre parcours :

- FQ – Finance Quantitative (avec ENSAE Paris), où prédominent analyse stochastique et méthodes statistiques et économétriques ;
- MSE – Mathématiques pour la Santé et l'Environnement, formation transverse en mathématiques sur la modélisation des problèmes liés aux enjeux actuels d'environnement et de santé ;
- ModSim – Modélisation et Simulation, avec de l'analyse des EDPs, du calcul scientifique et de la simulation numérique ;
- SOD – Sciences de l'Optimisation et des Données, sur les domaines en vogue de l'apprentissage et des sciences des données mais adossés à une compétence forte en optimisation, discrète ou continue ;

Le parcours MSE a été créé en septembre 2021 alors que les trois autres parcours existent depuis très longtemps. Cependant, le parcours SOD a changé de nom en 2017 (il s'appelait auparavant Optimisation, Recherche Opérationnelle et Commande) avec une évolution thématique prenant davantage en compte les sciences des données.

Compétences et débouchés. Ces parcours ouvrent vers des domaines d'application très variés, dans l'industrie, les services ou la finance. Ils visent d'abord à former des ingénieurs de haut niveau scientifique dans une des spécialités de l'ingénierie mathématique (modélisation, sciences des données, optimisation, recherche opérationnelle, probabilités, commande) appliquée à l'énergie, le transport, la finance, l'assurance ou les sciences du vivant. Les principaux débouchés sont ainsi les activités de type R&D, mais le caractère généraliste de la formation, transverse aux domaines d'application, en fait également une voie de choix pour les secteurs de l'audit et du conseil.

Une des spécificités de l'ingénierie mathématique est que ce positionnement sur l'expertise nécessite non seulement une formation en association avec des masters de recherche mais aussi souvent l'obtention d'une thèse. Ainsi, ces dernières années une majorité des étudiants de ces parcours poursuivent en doctorat après leur 3ème année et représentent une grande partie des diplômés ENSTA qui font ce choix. Certains d'entre eux poursuivent ensuite une carrière académique et on trouve de plus en plus d'anciens ENSTA chercheurs ou enseignant-chercheurs dans des laboratoires de mathématiques appliquées (par exemple à Sorbonne Université, à l'Université Paris Saclay, et dans IP Paris à Telecom Paris ou à l'X).

Cas de la promo 2021. A titre d'illustration, voici quelques indications sur les débouchés des étudiants de l'an dernier dans les 3 parcours d'ingénierie existants (MSE n'a

été créée que cette année). Les données sont issues de l'enquête 1er emploi concernant les diplômés 2021, à prendre avec précaution car non consolidées.

- Le taux de poursuite en thèse serait plus bas que d'habitude, 30-35% contre 50-60% ces dernières années. La situation est différente selon les parcours : le taux est de plus de 90% en ModSim et $\sim 10\%$ en SOD et FQ. Les dynamiques inverses des effectifs en FQ et ModSim expliquent déjà en partie la baisse du taux global. Mais c'est surtout le taux en SOD qui serait en baisse, avec plusieurs explications possibles : filière d'emploi en tension, évolution des orientations des élèves, débuts de thèse souvent retardés d'un an, contrecoup des cours à distance,...
- Parmi les métiers les plus fréquemment cités, on retrouve ceux d'analyste quantitatif et de data scientist, des métiers du secteur R&D dont les employeurs sont en général des institutions financières et des entreprises de conseil et de service. Plus classiquement on retrouve aussi des métiers d'ingénieur de recherche en optimisation, recherche opérationnelle ou calcul scientifique, soit dans l'industrie (transport, défense, énergie), soit à nouveau dans les services (conseil spécialisé).
- Enfin un seul diplômé est en recherche d'emploi (sur ~ 60 identifiés), en attente de début de thèse en fait.

Organisation générale. Les élèves de 3ème année de l'ENSTA doivent choisir un parcours de spécialisation et un profil. En dehors du cas spécifique du profil *Ingénierie et Conception* (IC) dans le parcours SOD, qui ne concerne que quelques étudiants chaque année, les parcours d'ingénierie mathématique sont associés à un profil *Recherche et Innovation* (RI). C'est de cette organisation que nous donnons les principes généraux ici.

Chaque parcours est composé de *déclinaisons*, qui précisent la coloration particulière du profil RI et dépendent du parcours de M2 associé. Une déclinaison est caractérisée par un tronc commun de cours scientifiques de 24 ECTS (appelé "bloc parcours") et par au moins 11 ECTS d'enseignements optionnels (qui constituent un "bloc profil").

Dans la mesure où une déclinaison est généralement associée à un M2 avec lequel elle partage des cours, une partie des enseignements de tronc commun et des enseignements optionnels de la déclinaison peut faire partie de l'offre de cours proposée par ce M2. La validation du M2 se fait cependant indépendamment de celle de la 3ème année de l'ENSTA et requiert en général de suivre des enseignements supplémentaires.

Les programmes décrits dans la suite sont ceux valables pour l'année universitaire 2022/2023.

4.1 Parcours Finance Quantitative (FQ)

Objectifs. L'objectif de ce parcours est de former des ingénieurs en finance quantitative. Il s'adresse donc aux élèves désireux d'acquérir des compétences pointues en analyse stochastique et de maîtriser des méthodes statistiques et économétriques avancées, en vue d'applications aux problématiques financières. Suivant la spécialisation retenue, le parcours fournit également aux étudiants un solide bagage en analyse

de données et en techniques d'apprentissage qui les rendra capables d'extraire de l'information précieuse pour un établissement financier, à partir de données peu ou pas structurées.

Au niveau des compétences, l'objectif est l'acquisition des outils mathématiques et algorithmiques permettant d'analyser, de modéliser et de résoudre sur ordinateur les problèmes complexes que l'on peut rencontrer dans le monde de l'ingénierie financière.

Les principaux débouchés du parcours sont les postes à responsabilité au sein de l'industrie financière au sens large : banques, compagnies d'assurance, hedge funds, sociétés de conseils et régulateurs. Il est également possible de poursuivre par une thèse en mathématiques financières par exemple, ou en probabilités.

Organisation. Depuis l'année 2018/19 et la fin du partenariat avec le master MM-MEF de Paris 1, un partenariat entre l'ENSAE Paris et l'ENSTA Paris a été mis en place afin de donner accès aux élèves des deux écoles à une formation conjointe en finance quantitative, en mutualisant des cours des deux écoles. Cette formation s'appuie sur la complémentarité entre, d'une part, l'expertise en économétrie et statistique appliquées à la finance et à l'assurance (à l'ENSAE) et, d'autre part, de fortes compétences en analyse stochastique appliquée à la finance, en optimisation et en calcul scientifique (à l'ENSTA). Le cursus conduit, pour les élèves de l'ENSAE et de l'ENSTA à la délivrance du diplôme d'ingénieur de leurs écoles respectives.

Pour les élèves de l'ENSTA, les options suivantes sont possibles.

- Accès à la voie non-mastérisée mutualisée ENSAE-ENSTA.
- Accès au double cursus master 2 *Statistics, Finance and Actuarial Science* (SFA) et troisième année ENSTA.

Le master SFA, un master IP Paris dont l'ENSTA est opératrice officiellement depuis sa création (année 2017/18), est le master cible du parcours Finance quantitative. De façon exceptionnelle, une troisième voie double cursus master 2 *Probabilités et Finance* (IP Paris/Sorbonne Université) et troisième année ENSTA peut également être envisagée.

Il faut noter que pour l'admission dans les voies avec master, les élèves devront justifier d'un projet particulier tel un intérêt pour l'analyse quantitative dans le milieu de l'industrie financière ou la poursuite d'un projet doctoral.

Descriptif.

Le parcours FQ est constitué des trois déclinaisons suivantes :

- déclinaison « Probabilités et Finance », avec M2 SFA,
- déclinaison « Statistique et Finance », avec M2 SFA,
- déclinaison « ENSAE-ENSTA », non mastérisée,

comprenant chacune un tronc commun et des enseignements optionnels.

Tronc commun (bloc parcours, 24 ECTS). Le tronc commun est divisé en 3 parties, la dernière dépendant de la déclinaison choisie.

1. Partie tronc commun ENSTA, 11 ECTS

Intitulé	Enseignant.e.s	Volume	ECTS	Sem.
Méthodes numériques d'EDP en finance	A. Zilio	18h	2	1
Processus de Lévy et applications en finance	A. Popier	15h	2	2
Valorisation de produits dérivés en présence de courbes de taux multiples, Ajustement de coût de financement (FVA), Ajustement de coût de crédit (CVA)	A. Bettinelli	17.5h	2	2
Risque de crédit	S. Ladhachi	18h	2	2
Régulation financière	G. Kalaydijan, G. Primot	12.5h	1	2
Eléments de calcul stochastique	F. Russo, L. Giovangigli	13h+8h	2	1

2. Partie tronc commun ENSAE, 9 ECTS.

Intitulé	Enseignant.e.s	Volume	ECTS	Sem.
Financial time series	F. Roueff	24h+9h	3.5	1
Pricing and hedging of financial derivatives	P. Tankov	24h+10h	3.5	1
Green Finance	O. D. Zerbib	18h	2	1

3. Partie déclinaison, 4 ECTS.

La dernière partie du tronc commun dépend de la déclinaison de parcours choisie.

- [Déclinaison Probabilités et Finance](#)

Foundations of risk management	J.-D. Fermanian	18h	2	1
Calcul stochastique avancé	F. Russo, L. Giovangigli	19h	2	1

- [Déclinaison Statistique et Finance](#)

Advanced machine learning	V. Perchet	18h+6h	2	1
Calcul stochastique avancé	F. Russo, L. Giovangigli	19h	2	1

- [Déclinaison ENSAE-ENSTA](#)

Foundations of risk management	J.-D. Fermanian	18h	2	1
Interest rate curve models	C. Hillairet, A. Chaix	21h	2	2

Cette dernière déclinaison est obligatoire pour les étudiants qui ne sont pas inscrits au master SFA.

Enseignements optionnels (bloc profil, 11 ECTS). Toutes les déclinaisons du parcours correspondent au profil Recherche et Innovation. Pour les deux déclinaisons associées au master SFA, les élèves choisissent pour un total d'au minimum 11 ECTS parmi les cours du master.

Pour la déclinaison ENSAE-ENSTA, les élèves choisissent pour un total d'au minimum 11 ECTS parmi les cours suivants

Modeling and managing energy risks	P. Tankov	12h	2	1
Duration models	O. Lopez	3h+9h	3	1
Copulas and financial applications	J.-D. Fermanian	18h	3	1
Artificial intelligence for actuarial studies	O. Lopez	12h+6h	3	2
Algorithmic trading	O. Guéant	15h	3	2
Portfolio management	F. Violante	18h	3	2

Il est possible de substituer ces cours par des cours d'autres master 2 IP Paris en accord avec les responsables des deux parcours.

4.2 Parcours Mathématiques pour la Santé et l'Environnement (MSE)

Objectifs. Dernier né des parcours de 3^{ème} année en ingénierie mathématique, le parcours MSE s'appuie sur les trois autres parcours pour fournir aux élèves une formation transverse mathématique et leur apprend à mobiliser les compétences ainsi acquises pour résoudre et simuler des problèmes liés aux enjeux actuels d'environnement et de santé.

Le parcours MSE est structuré en deux semestres. Le premier semestre est consacré au socle mathématique transverse avec des cours des parcours FQ, AMS et SOD complétés par un cours de machine learning. Il est suivi d'un deuxième semestre de spécialisation, dédié aux cours de mathématiques appliquées au vivant, comprenant d'une part les cours de profil issus du Master 2 *Mathématiques pour les Sciences du Vivant* (MSV) de l'Institut Polytechnique de Paris (co-accrédité par l'Université Paris-Saclay) et d'autre part deux nouveaux cours ENSTA d'imagerie médicale et de modélisation cardiaque. Le parcours MSE permet par ailleurs de valider le M2 MSV, en plus du diplôme ingénieur.

Les compétences liées au parcours MSE correspondent en premier lieu à celles d'une formation mathématique complète de modélisation stochastique et déterministe, optimisation, simulation et apprentissage. Les étudiants maîtrisent de plus, à l'issue du cursus, les différents modèles intervenant en sciences environnementales, épidémiologie et imagerie médicale et sont capables de traiter leurs spécificités. Enfin, ils peuvent

mettre en oeuvre des méthodes statistiques pour analyser et interpréter des données biomédicales.

Éléments de contexte. La création en septembre 2021 de ce parcours entend répondre au souhait d'une nouvelle génération d'étudiants en demande d'une formation mathématique à l'interface des sciences de la vie et au service de l'environnement et de l'humain. Nous avons pu constater que les étudiantes se montraient particulièrement sensibles aux enjeux que ce nouveau parcours se propose d'adresser : sa mise en place en fait donc un élément d'attractivité pour l'ENSTA Paris auprès des futures ingénieures.

D'autre part cette demande de formation fait écho aux préoccupations des entreprises et de la société contemporaine en matière d'impact environnemental et de santé, et répond à des débouchés naissants mais déjà nombreux et diversifiés. Trois secteurs sont principalement concernés :

- les métiers de l'environnement, où il s'agit de prendre en compte l'écologie et le développement durable dans les politiques des industries ;
- l'industrie pharmaceutique, dont la crise du Covid-19 a encore rappelé le caractère crucial (Sanofi a d'ailleurs récemment passé un accord avec l'École Polytechnique) ;
- le secteur biomédical, avec notamment l'essor récent des start-ups de data sciences appliquées au biomédical.

Bien sûr cette formation peut également se poursuivre par une thèse en mathématiques appliquées aux sciences du vivant. La construction à venir d'un Centre interdisciplinaire IP Paris - INRIA Sciences de la santé offrira d'ailleurs un cadre de recherche propice aux échanges avec les étudiants et enseignants-chercheurs du parcours MSE.

Notons enfin l'originalité du parcours dans l'écosystème des écoles d'ingénieur. En effet peu de parcours comparables existent à ce jour, mis à part à CentraleSupélec, qui a ouvert un cursus Mathématiques - Biologie, et à l'ENSAI qui possède désormais une filière biostatistique.

Descriptif.

Tronc commun (bloc parcours, 24 ECTS).

Sigle	Intitulé	Enseignant.e.s	Volume	ECTS	Sem.
FQ302	Processus de Lévy	A. Popier	15h	1	2
FQ307	Eléments de calcul stochastique	F. Russo, L. Giovangigli	21h	2	1
SOD311	Optimal control of ordinary differential equations ODEs	F. Bonnans, L. Pfeiffer	30h	5	1
SOD313	Optimization and approximation problems	S. Grad	21h	2	1
AMS301	Calcul scientifique parallèle	A. Modave, N. Kielbasiewicz	30h	3	1
AMS305	Problèmes inverses pour des systèmes gouvernés par des EDP	L. Bourgeois, P. Moireau	30h	3	1
MSE301	Machine Learning	E. Le Pennec	30h	3	1
MSE302	Introduction à l'imagerie médicale	L. Giovangigli, P. Millien	30h	3	2
MSE303	Modélisation mathématique et estimation en biomécanique cardiaque, De la théorie aux applications médicales	P. Moireau, D. Chapelle	21h	2	2

□ Cours ENSTA ouverts aux étudiants du master MSV

Enseignements optionnels (bloc profil, 11 ECTS). Le parcours MSE formation n'accueille que des étudiants de profil Recherche et Innovation en association avec le M2 Mathématiques pour les Sciences du Vivant - une articulation pertinente entre les deux formations ayant été mise en place grâce à une étroite collaboration avec la responsable de ce master. Pour leur bloc profil, les étudiants choisissent donc au minimum 11 ECTS parmi les cours du master.

4.3 Parcours Modélisation et Simulation (ModSim)

Objectifs. Le parcours Modélisation et Simulation s'adresse aux étudiants souhaitant disposer de connaissances et de techniques de pointe dans le domaine de la simulation numérique de phénomènes physiques ou mécaniques. De nombreux aspects sont abordés : la modélisation physique ou mécanique, l'étude mathématique des modèles, les méthodes numériques et leur mise en œuvre sur ordinateur, avec en particulier la problématique du calcul scientifique sur une architecture parallèle, distribuée ou répartie. On trouve aussi des applications dans divers domaines tels que celui de la propagation des ondes ou de la mécanique des fluides.

Organisation. Le parcours ModSim est étroitement relié au M2 *Analyse, Modélisation, Simulation* (AMS), master IP Paris co-accrédité par l'Université Paris-Saclay, et s'appuie sur les cours de ce M2. Ainsi les cours proposés dans le parcours sont gérés soit par l'ENSTA, soit par l'École Polytechnique, soit par l'INSTN, mais tous ont lieu à l'ENSTA. Le parcours est nécessairement associé à un profil RI.

Descriptif.

Tronc commun (bloc parcours, 24 ECTS). Le tronc commun est divisé en 2 parties, la seconde dépendant de la déclinaison choisie.

1. Nous proposons aux étudiants de suivre pendant le premier semestre 5 cours obligatoires communs aux déclinaisons (ce sont des cours plus généraux).
 - AMS301 : Calcul scientifique parallèle, 3 ECTS;
 - AMS303 : Méthodes variationnelles pour l'analyse et la résolution de problèmes non coercifs, 3 ECTS;
 - AMS-X01 : Homogénéisation périodique, 3 ECTS;
 - AMS305 : Problèmes inverses pour des systèmes gouvernés par des EDPs, 3 ECTS;
 - AMS307 : Problèmes de diffraction en domaines non bornés, 3 ECTS.
2. En plus des cours précédents, pour chaque déclinaison, il est prévu 3 cours obligatoires différents.
 - Déclinaison "Calcul et Simulation";
 - AMS304 : Techniques numériques et algorithmiques pour les équations intégrales, 3 ECTS;
 - AMS-I03 : Programmation hybride et multi-coeurs, 3 ECTS;
 - AMS-X02 : Méthodes numériques avancées et calcul haute performance, 3 ECTS.
 - Déclinaison "Analyse et Simulation";
 - AMS306 : Techniques de discrétisation avancées pour les problèmes d'évolution, 3 ECTS;
 - AMS308 : Modèles mathématiques et leur discrétisation en électromagnétisme, 3 ECTS;
 - AMS310 : Equations intégrales et potentiels retardés, 3 ECTS.
 - Déclinaison "Modélisation physique";
 - AMS309 : Modélisation des plasmas et des systèmes astrophysiques, 3 ECTS;
 - AMS-I01 : Modélisation et simulation des écoulements de fluides en géosciences, 3 ECTS;
 - AMS-I03 : Programmation hybride et multi-coeurs, 3 ECTS.
 - Déclinaison "Mathématiques pour le vivant";
 - AMS304 : Techniques numériques et algorithmiques pour les équations intégrales, 3 ECTS;
 - AMS306 : Techniques de discrétisation avancées pour les problèmes d'évolution, 3 ECTS;
 - MSE302 : Introduction à l'imagerie médicale, 3 ECTS.

Enseignements optionnels (bloc profil, 11 ECTS). Toutes les déclinaisons du parcours correspondent au profil Recherche et Innovation. Les étudiants doivent choisir au moins 2 cours parmi ceux proposés ci-dessous pour 4 ECTS,

- AMS311 : Homogénéisation stochastique, 2 ECTS;
- AMS312 : Méthodes hybrides pour la diffraction hautes fréquences, 2 ECTS;
- AMS313 : Éléments finis et éléments de frontière : Parallélisation, Couplage et Performance, 2 ECTS;
- AMS314 : Génération et adaptation de maillage, 2 ECTS.
- MSE303 : Modélisation mathématique et estimation en biomécanique cardiaque, 2 ECTS;
- AMS-I05 : Simulation numérique en physique des plasmas, 2 ECTS;
- AMS-I06 : Simulation numérique en astrophysique, 2 ECTS;

et enfin choisir librement (en accord avec les responsables du parcours) 7 ECTS parmi tous les cours proposés par le parcours, le master AMS ou tout autre master d'IP Paris.

4.4 Parcours Sciences de l'Optimisation et des Données (SOD)

Objectifs. Le parcours SOD s'adresse aux étudiants désireux d'acquérir des compétences poussées en Sciences de la Décision (optimisation, recherche opérationnelle, commande) et en Sciences des Données, dans les aspects à la fois mathématiques et numériques. Il forme les futurs ingénieurs capables de générer des connaissances à partir de grandes masses d'informations disponibles, et capables de concevoir et d'utiliser des modèles mathématiques en vue de commander et d'optimiser des systèmes très variés comme ceux que l'on rencontre dans les domaines de l'énergie et des transports. La formation repose sur l'approfondissement des connaissances acquises en première et deuxième années en optimisation (combinatoire et continue), en commande, en probabilités et en statistique.

Du point de vue des compétences, l'objectif du parcours est l'acquisition des outils mathématiques et algorithmiques permettant d'analyser, de modéliser et de résoudre sur ordinateur les problèmes complexes d'optimisation que l'on peut rencontrer dans le monde de l'industrie et des services.

Organisation. Le parcours SOD a été construit en étroite partenariat avec des M2 d'IP Paris, avec une association très poussée pour trois d'entre eux (mutualisation de cours notamment),

- le *Master Parisien de Recherche Opérationnelle* (MPRO), co-opéré par le CNAM, l'ENSIIE et l'ENPC;
- le M2 *Optimization*, co-accrédité par l'Université Paris-Saclay;
- le M2 *Data Sciences*;

et plus légère (validations croisées de crédits ECTS) pour deux autres,

- le M2 *Mathématiques, Vision, Apprentissage (MVA)*, co-accrédité par l'Université Paris-Saclay et par plusieurs autres établissements de la région parisienne;
- le M2 *Conseil en organisation, stratégie et systèmes d'information (COSI)*, co-accrédité par l'Université Paris 1 Panthéon Sorbonne.

Dans tous les cas un enseignant-chercheur de l'ENSTA est membre des jurys du master.

Aussi le parcours SOD est constitué de 5 déclinaisons à profil RI selon le master associé, et peut de plus accueillir des étudiants à profil IC. Toutes ces déclinaisons s'appuient sur un socle commun de cours donnés à l'ENSTA, plusieurs d'entre eux faisant partie d'un des masters partenaires. Ces 12 cours d'1,5 ECTS chacun sont regroupés selon 3 thématiques.

1. Thématique Optimisation Continue

- SOD311 – Optimal control of ordinary differential equations ODEs - Part 1 (commun avec le M2 Optimization, la partie 2 étant spécifique au M2);
- SOD312 – Markov decision processes : dynamic programming and applications - Part 1 (commun avec le M2 Optimization, la partie 2 étant spécifique au M2);
- SOD313 – Optimization and approximation problems;
- SOD314 – Cooperative Optimization for Data Science (commun avec le M2 Data Sciences).

2. Thématique Optimisation Discrète

- SOD321 – Optimisation Discrète;
- SOD322 – Recherche Opérationnelle et Science des Données (commun avec le M2 Data Sciences et le M2 MPRO);
- SOD323 – Théorie de la Complexité;
- SOD324 – Métaheuristiques.

3. Thématique Statistique et Contrôle

- SOD331 – Identification pour l'automatique;
- SOD332 – Geometric control (commun avec le M2 Optimization);
- SOD333 – Filtrage bayésien optimal et approximation particulière;
- SOD334 – Séries chronologiques non linéaires.

Constitution des déclinaisons

Détaillons maintenant l'offre de cours de chaque déclinaison du parcours SOD.

Déclinaison « Recherche Opérationnelle » Elle s'appuie sur le M2 du MPRO, son tronc commun est constitué :

1. des 8 cours ENSTA SOD311, SOD312, SOD313, SOD314, SOD321, SOD322, SOD323 et SOD324, soit un total de 12 ECTS,
2. des 4 cours du M2 MPRO "Programmation mathématique" (4 ECTS), "Optimisation stochastique" (2 ECTS), "Optimisation dans les Graphes" (4 ECTS) et "Conférences industrielles" (2 ECTS), soit un total de 12 ECTS.

Les enseignements optionnels sont à prendre parmi l'offre résiduelle de cours dans le parcours SOD et dans le M2 MPRO, pour un total d'au moins 11 ECTS, avec l'obligation de prendre au moins 2 cours ENSTA.

Déclinaison « Optimisation » Elle s'appuie sur le M2 Optimization, avec un tronc commun constitué :

1. des 8 cours ENSTA SOD311, SOD312, SOD313, SOD314, SOD321, SOD322, SOD323 et SOD324, soit un total de 12 ECTS,
2. des 3 cours du M2 Optimization "Dynamic Programming - Part 2" (3.5 ECTS), "Optimal Control - Part 2" (3.5 ECTS) et "Stochastic Optimization" (5 ECTS), soit un total de 12 ECTS.

Les enseignements optionnels sont à prendre parmi l'offre résiduelle de cours dans le parcours SOD et dans le M2 Optimization, pour un total d'au moins 11 ECTS, avec l'obligation de prendre au moins 2 cours ENSTA.

Déclinaison « Sciences des Données » Elle s'appuie sur le M2 Data Science, avec un tronc commun constitué :

1. des 6 cours ENSTA SOD312, SOD313, SOD314, SOD321, SOD322 et SOD323, soit un total de 9 ECTS;
2. des 5 cours du M2 Data Sciences "Data Camp" (5 ECTS), "Machine Learning Business Case" (2.5 ECTS), "Deep Learning I" (2.5 ECTS), "Machine Learning" (2.5 ECTS) et "Reinforcement Learning" (2.5 ECTS), soit un total de 15 ECTS.

Les enseignements optionnels sont à prendre parmi l'offre résiduelle de cours dans le parcours SOD et dans le M2 Data Science, pour un total d'au moins 11 ECTS, avec l'obligation de prendre au moins 3 cours ENSTA.

Déclinaison « Vision et Apprentissage » Elle s'appuie sur le M2 MVA, son tronc commun est constitué :

1. des 6 cours ENSTA SOD311, SOD312, SOD313, SOD314, SOD321 et SOD322, soit un total de 9 ECTS.
2. des 3 cours M2 "Computational Statistics" (5 ECTS), "Object Recognition and Computer Vision" (5 ECTS) et "Deep Learning" (5 ECTS), soit un total de 15 ECTS.

Les enseignements optionnels sont à prendre parmi l'offre résiduelle de cours dans le parcours SOD et dans le M2 MVA, pour un total d'au moins 11 ECTS, avec l'obligation de prendre au moins 2 cours ENSTA.

Déclinaison « Organisation et Stratégie » Elle s'appuie sur le M2 COSI, avec un tronc commun constitué :

1. des 8 cours ENSTA SOD311, SOD312, SOD313, SOD314, SOD321, SOD322, SOD323 et SOD324 (comptant chacun pour 1.5 ECTS), soit un total de 12 ECTS,
2. des 4 cours M2 "Digital transformation" (3 ECTS), « Systèmes d'information » (3 ECTS), « Méthodes d'analyse de données et théorie des graphes » (3 ECTS), « Gouvernement et croissance des entreprises multinationales » (3 ECTS), soit un total de 12 ECTS.

Les enseignements optionnels sont à prendre parmi l'offre résiduelle de cours dans le parcours SOD et dans le M2 COSI, pour un total d'au moins 11 ECTS, et avec l'obligation de prendre au moins 2 cours parmi les cours ENSTA SOD331, SOD332, SOD333 et SOD334.

Cas du profil IC. Le parcours SOD peut aussi être associé à un profil IC pour les élèves souhaitant donner à leur profil d'ingénieur une orientation plus généraliste. Dans ce cas, pour constituer le tronc commun (bloc parcours) de 24 ECTS, les 12 cours du parcours SOD doivent être complétés pour 6 ECTS par des cours scientifiques à choisir dans les offres de formation de l'ENSTA (dans le pôle Energie ou le pôle IA, par exemple) ou de ses partenaires de l'IP Paris.

A Cours de mathématiques dans les autres cursus

En dehors des cursus en mathématiques appliquées décrits précédemment (la majeure et les deux mineures en 2ème année et les 4 parcours en 3ème année), il existe aussi dans d'autres spécialisations des cours de mathématique destinés à compléter la formation générale en mathématiques. Ces cours, qui s'appuient sur le tronc commun de mathématiques de 1ère année, sont plus orientés vers les outils d'analyse et de résolution que vers les concepts. Nous donnons ici les plus significatifs d'entre eux, la liste n'est pas exhaustive, d'autres cours à dominante mathématique apparaissant dans des parcours de 3ème année non mentionnés. Notons que la plupart des cours cités sont gérés par – ou en lien avec – l'UMA mais pas tous (MA201 et MA203 en particulier sont gérés uniquement par l'U2IS).

En 2ème année :

- la majeure *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication* et ses mineures comprennent plusieurs cours de mathématique :
 - AUT202 – Automatique : dynamique et contrôle des systèmes ;
 - MA201 – Estimation et identification statistique ;
 - MA203 – Mathématiques discrètes pour la protection de l'information ;
 - RO202 – Recherche opérationnelle appliquée ;
- la majeure *Fondements de la conception des systèmes complexes* (filiale par apprentissage) comprend également plusieurs cours de mathématique, similaires aux précédents :

- AUT221 – Automatique;
- RO221 – Introduction à la recherche opérationnelle FISEA2;
- STA221 – Modélisation statistique.

En 3ème année

- le parcours *Energies en transition : production et optimisation* comprend un axe "Outils d'optimisation pour la gestion et la production d'énergie" composé des cours d'optimisation suivants,
 - PGE305-A – Optimisation continue;
 - PGE305-B – Optimisation discrète;
 - PGE306 – Projet d'optimisation en énergie.